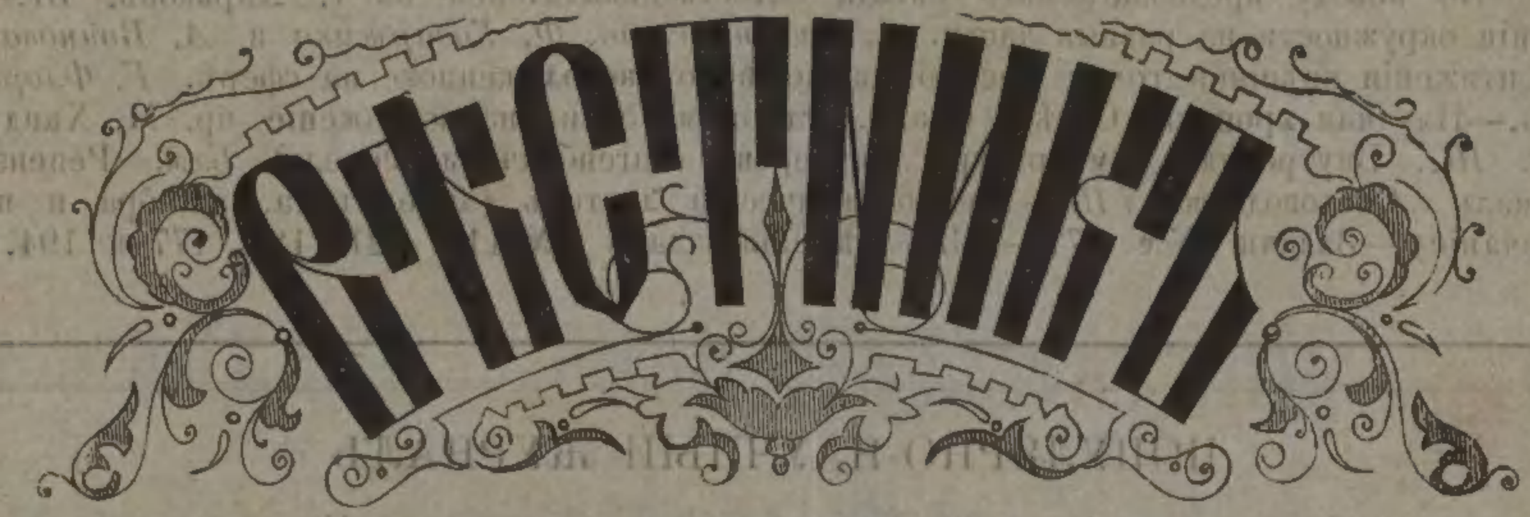
№ 40.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

IV Семестра № 4-й.



КІЕВЪ.

Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

1888.

СОДЕРЖАНІЕ № 40.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ"

(съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, **три раза въ мѣсяцъ**, исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ . . . . . **6 рублей** | **на одно полугодіе**—всего 12 №№—**3 рубля**

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

Въ книжномъ складѣ редакціи, кромѣ собственныхъ изданій (всегда помѣченныхъ монограмой издателя) и изданій бывшей редакціи „Журнала Элементарной Математики" (Проф. В. П. Ермакова), имѣются для продажи сочиненія многихъ русскихъ авторовъ, относящіяся къ области математическихъ и физическихъ наукъ. Каталоги печатаются на оберткѣ журнала.

На собственныхъ изданіяхъ книгъ и брошюръ редакція дѣлаетъ 30% уступки книжнымъ магазинамъ и лицамъ, покупающимъ не менѣе 10-ти экземпляровъ.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр.

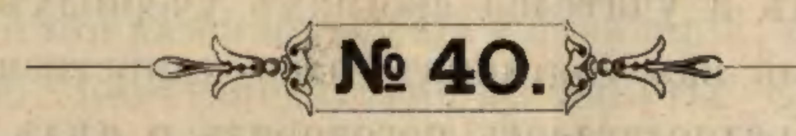
на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу	6 руб.	За 1/3 страницы	2 руб
„ 1/2 страницы	3 руб.	„ 1/4 страницы	1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взымается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензіи или библіографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ безплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 40.

IV Сем. 15 Февраля 1888 г. № 4.

По поводу предполагаемаго съѣзда естествоиспытателей въ Харьковѣ.

Двадцать лѣтъ только прошло со времени учрежденія всероссійскихъ ученыхъ съѣздовъ—и мы уже къ нимъ охладѣли. Прежняго воодушевленія—не осталось почти слѣдовъ, прекрасныя мысли и пожеланія, высказанныя на 1-мъ съѣздѣ въ Петербургѣ—позабыты давно, а благія намѣренія стремиться всѣми силами къ распространенію естественно-историческихъ знаній въ обществѣ—осыпались въ словахъ, какъ лепестки пустоцвѣта. Новинка скоро износилась и, не смотря на заграничный крой, переобразилась въ русскій халатъ.

Впрочемъ, въ близкомъ будущемъ, какъ говорятъ, предполагается новый съѣздъ въ Харьковѣ. Авось проснемся, хотя бы для того, чтобы дремать тамъ, во время секціонныхъ засѣданій. И за то спасибо.

Состоится ли этотъ съѣздъ въ Августѣ мѣсяцѣ, или когда нибудь позже, все равно не мѣшаетъ теперь же напомнить объ угрожающей ему опасности походить на прежніе съѣзды, на которыхъ по крайней мѣрѣ 90% всего числа членовъ составляло *толпу*, безвинно-безалаберную, не знающую куда примкнуть, что дѣлать, кого идти слушать, съ кѣмъ знакомиться, на что глазѣть. Эта толпа—это меньшая братья нашей физико-математической семьи, это тѣ, кои пріѣхали съ тридевятыхъ земель, чтобы чему нибудь научиться, коимъ на сценѣ съѣздовъ суждено играть роль декоративнаго фона; это тѣ 90%, коихъ существованіе игнорируетъ программа съѣздовъ, коихъ почему то приглашаютъ, размѣщаютъ, угощаютъ, но все таки забываютъ гг. распорядители съѣздовъ.

но которыхъ не можетъ забыть „Вѣстникъ“, ибо это его читатели. Съ этою цѣлью, на страницахъ этого „Вѣстника“, я беру на себя смѣлость напомнить будущимъ гг. членамъ Харьковскаго съѣзда какъ, напр., въ 1879 году, во время предпослѣдняго съѣзда въ Петербургѣ, эта бѣдная толпа, изъ 800 слишкомъ представителей меньшей братьи, шлялась по кабинетамъ, по секціоннымъ засѣданіямъ, забытая, ненужная, недоумѣвающая, скучная. Въ составъ ея входило очень много учителей, и изъ ихъ числа добрая половина пріѣхала на казенный счетъ. Зачѣмъ? Слишкомъ трудный вопросъ.—Напомню еще, какъ по частной иниціативѣ нѣсколькихъ директоровъ и учителей среднихъ учебныхъ заведеній состоялось тогда-же въ одной изъ гостиницъ одно единственное quasi-педагогическое собраніе. Предполагалось поговорить о дѣлѣ. Явилось, правда, два, три неподготовленные оратора, но... каждый изъ нихъ говорилъ только о своемъ собственномъ учебникѣ, а потому—всѣ предпочли сѣсть скорѣе за ужинъ. Этимъ все и окончилось, и я не думаю, чтобы этотъ ужинъ, на которомъ я имѣлъ непріятность быть, принесъ хоть малѣйшую пользу школьному дѣлу въ Россіи.

Если сравнить значеніе, какое *должны имѣть* подобные съѣзды въ странѣ, гдѣ не только народныя массы, но и такъ называемое интеллигентное общество такъ непозволительно отстало отъ научныхъ выводовъ современнаго естествознанія, съ тѣмъ ничтожнымъ по истинѣ значеніемъ, какое эти съѣзды *имѣютъ* теперь, если принять къ тому-же во вниманіе, какой серьезный вредъ приноситъ эта отсталость и умственная инерція развитію нашей промышленности, какая масса нашихъ природныхъ богатствъ, благодаря этой инерціи, лежитъ подъ спудомъ, въ ожиданіи пока ихъ не смоетъ на нашихъ глазахъ пресловутая волна *Drang nach Osten*,—то наврядъ ли можно долѣе сомнѣваться въ томъ, что организація русскихъ съѣздовъ естествоиспытателей должна быть совершенно иная. На 1-мъ съѣздѣ, покойный и незабвенный К. Ф. Кестлеръ закончилъ свою рѣчь словами; „Да будетъ ихъ (съѣздовъ) девизомъ: безкорыстная, усерд-„ная работа соединенными силами, для расширенія и распространенія „естествознанія въ пользу и честь русскаго народа.“ Гдѣ же результаты, можно спросить по истеченіи 20 лѣтъ, этой дружной работы „соединенными силами“? Какой изъ всероссійскихъ съѣздовъ (кромѣ перваго) ознаменовалъ собою эпоху въ жизни русской науки? Не третій ли, Кіевскій, (въ 1871 г.), на которомъ школьные вопросы постановлено было исключить разъ на всегда изъ программы, и спеціальная секція педагогическая признана на съѣздахъ неумѣстною?

Итакъ, вмѣсто ожидаемой ассоціаціи ученыхъ силъ и благихъ стремленій къ просвѣщенію страны, чѣмъ-же оказались наши съѣзды? Увеселительными поѣздками подъ предлогомъ учености по главнѣйшимъ

городамъ Россіи, безполезною географическою, такъ сказать, экскурсіею. Гдѣ же причины этой неудачи? Почему заграницей подобные съѣзды умѣстны и интересны, а у насъ они и скучны для большинства, и почти для всѣхъ безполезны?

Всесторонне разсмотрѣть этотъ вопросъ, найти *всѣ* причины—дѣло не легкое. Предоставляя полное его рѣшеніе будущему Харьковскому съѣзду, я укажу только на *одну* изъ причинъ, существенную по отношенію къ большинству читателей „Вѣстника".

Причина эта обща и примѣнима къ объясненію весьма многихъ неудачъ нашихъ благороднѣйшихъ побужденій и начинаній; это—привычка дѣйствовать ex abrupto, подъ впечатлѣніемъ минуты. Если намъ что либо сразу понравится, мы очень склоны увлечься словомъ: *валяй!* Понравились желѣзныя дороги, классическія гимназіи, пропедевтики, свекловичный сахаръ, электричество и пр. пр.—валяй, чего жалѣть! Понравились съѣзды—валяй всѣ туда! Но о *подготовкѣ*—валяйство не дастъ подумать. Пока съѣздъ оффиціально не назначенъ—имъ рѣшительно никто не интересуется; никто не заботится о томъ, какіе изъ накопившихся за истекшее время вопросовъ созрѣли и выяснились на столько, что уже настала очередь предложить ихъ на съѣздѣ для совмѣстнаго рѣшенія „соединенными силами." Никто и не хочетъ примкнуть къ этимъ „соединеннымъ силамъ" заранѣе, а тамъ, когда уже всѣ собрались на лицо, въ разгарѣ десятидневной смѣны засѣданій и пикниковъ, уже поздно намѣчать вопросы. И дѣйствительно, наши съѣзды никогда еще никакихъ вопросовъ не ставили, никакихъ темъ для будущихъ изысканій не задавали, и всегда, какъ веселые малютки, не думая о будущемъ (за исключеніемъ избранія города для будущихъ гостепріимныхъ развлеченій) довольствовались въ своихъ разговорахъ воспоминаніемъ прошлаго. Все, что привозится на съѣзды нашими учеными, состоитъ изъ отрывочныхъ спеціальныхъ рефератовъ прежнихъ работъ, иногда даже незаконченныхъ, и вслѣдствіе полнаго почти отсутствія иного матеріала, эти спеціальныя работы, совершенно случайно, пріобрѣтаютъ какую то общероссійскую важность.

Не трудно видѣть, что съѣзды наши имѣли бы совершенно другой характеръ и болѣе общее значеніе, если бы въ нихъ участвовали только люди, отлично знающіе зачѣмъ они явились. Необходимо чтобы всякій, кромѣ неопредѣленнаго желанія *что нибудь* увидѣть и услышать, привезъ съ собою, или лучше сказать въ себѣ, хоть что нибудь, что дѣлало бы и его личность на съѣздѣ не безличною. Пусть всякій, собирающійся побывать на съѣздѣ, прежде чѣмъ валить туда на всѣхъ парахъ (съ уступкою 30—50% провозной платы) рѣшитъ два вопроса: въ какой мѣрѣ онъ самъ можетъ быть нуженъ и полезенъ на съѣздѣ, и какой онъ

лично для себя ищетъ тамъ пользы. Тогда съѣзды будутъ состоять не изъ толпы, а изъ собранія сознательно дѣйствующихъ людей.

Но—можетъ спросить читатель—какой же тутъ цензъ полезности принять? Что можетъ, напр., привезть на съѣздъ въ себѣ какой нибудь учитель, давно забывшій всѣ тонкости науки и пропитанный до мозга костей преподаваемымъ имъ кусочкомъ предмета? Отвѣтить на это—можно лишь условно, а именно: если такой учитель чувствуетъ въ себѣ непреодолимое стремленіе приносить своей родинѣ пользу—онъ долженъ ѣхать, не взирая даже на то, что и самъ хорошо не знаетъ гдѣ и какъ наивыгоднѣе ему будетъ расходовать свою энергію къ труду. Не бѣда, что онъ отсталъ по своему предмету, что онъ даже не пойметъ спеціальныхъ сообщеній къ этому предмету относящихся. Онъ ѣдетъ на съѣздъ какъ рабочая сила, и не ему будетъ стыдно, если этой *потенціальной энергіи* никто изъ старшей братіи на съѣздѣ не съумѣемъ, или не захочетъ преобразовать въ *кинетическую*, активную. Представителей такой потенціальной энергіи, носителей благородныхъ, но пока не направленныхъ ни въ какую сторону стремленій, въ Россіи очень много, и я думаю что игнорировать ихъ и этимъ заставлять расходоваться безъ толку—такъ же непростительно со стороны всѣхъ тѣхъ, кои могли бы быть иниціаторами, какъ и держаніе подъ спудомъ другихъ природныхъ богатствъ Россіи. Разница лишь та, что послѣднихъ нужно кропотливо искать, а первые—сами напрашиваются и говорятъ: „эксплоатируйте насъ!" А потому однимъ изъ важнѣйшихъ пунктовъ реорганизованнаго устава съѣздовъ естествоиспытателей, должно быть допущеніе къ коллективному труду „на пользу и въ честь русскаго народа" всѣхъ младшихъ членовъ нашей семьи, которые, быть можетъ, оказались бы даже болѣе пригодными для проведенія основныхъ элементовъ естествознанія въ народныя массы, чѣмъ высоко стоящіе спеціалисты.

Второе на что необходимо было бы теперь-же обратить вниманіе гг. распорядителей будущихъ съѣздовъ—это возстановленіе педагогической секціи со всѣми ея подраздѣленіями благодаря ея отсутствію многіе изъ пріѣзжавшихъ на прежніе съѣзды учителей оставались, такъ сказать, безъ мѣста и безъ права голоса. Я не могу понять, почему ученымъ сообщеніямъ, читаннымъ въ одной комнатѣ, могли бы мѣшать педагогическія бесѣды и пренія, происходящія гдѣ нибудь въ другой комнатѣ, и почему послѣднія были признаны неумѣстными въ тѣ именно дни, когда со всѣхъ концовъ Россіи одинъ разъ въ нѣсколько лѣтъ съѣзжаются и знакомятся учителя нашихъ гимназій, реальныхъ училищъ и пр. Неужели *всѣ* педагогическіе вопросы у насъ уже окончательно разрѣшены?

Пусть, наконецъ, страницы этого журнала послужатъ нагляднымъ

опроверженіемъ того ложнаго мнѣнія, будто школьными вопросами у насъ вовсе не интересуются люди, посвятившіе себя спеціальнымъ научнымъ изслѣдованіямъ, и пусть то участіе, какое принимаютъ въ сотрудничествѣ гг. профессора университетовъ будетъ однимъ изъ доводовъ, что и они не отказались бы высказывать свои мнѣнія и принимать руководящее участіе въ педагогическихъ секціяхъ, посвященныхъ преподаванію естественныхъ наукъ и математики, если бы только такія секціи существовали.

Въ заключеніе обращаюсь съ предложеніемъ къ читателямъ, коихъ предполагаемый съѣздъ интересуетъ въ какомъ либо отношеніи. Сколько бы времени до открытія съѣзда ни оставалось—его не окажется слишкомъ много для добросовѣстной подготовки, а потому, въ предположеніи что и педагогическая секція существовать будетъ, слѣдуетъ теперь же приступить къ отчетливой формулировкѣ накопившихся вопросовъ, къ разработкѣ программы секціи, ея подраздѣленій и пр. пр. Концентрироваться все это можетъ на страницахъ „Вѣстника,“ который для этой цѣли можно считать достаточно распространеннымъ*). *Ш.*

О дѣленіи окружности на равныя части.

*А. Бобятинскаго, Ф. Коваржика и А. Войнова***).

§ 1. Способами, излагаемыми въ элементарной геометріи, можно дѣлить окружность на 2, 3, 4, 5, 6, 8.... частей, вообще на $2n$, если извѣстно дѣленіе на n частей. Кромѣ того Гауссъ (1777—1853) показалъ въ своемъ сочиненіи: „*Disquisitiones arithmeticae*“, что помощію линейки и циркуля можно дѣлить окружность на 2^m+1 частей, если только 2^m+1 число первое, напр. 17,257 и т. п.

Въ практикѣ часто встрѣчается необходимость раздѣлить окружность на равныя части, число которыхъ не подходитъ подъ вышеуказанныя. Напримѣръ, въ зубчатыхъ колесахъ (по Reuleaux), если по

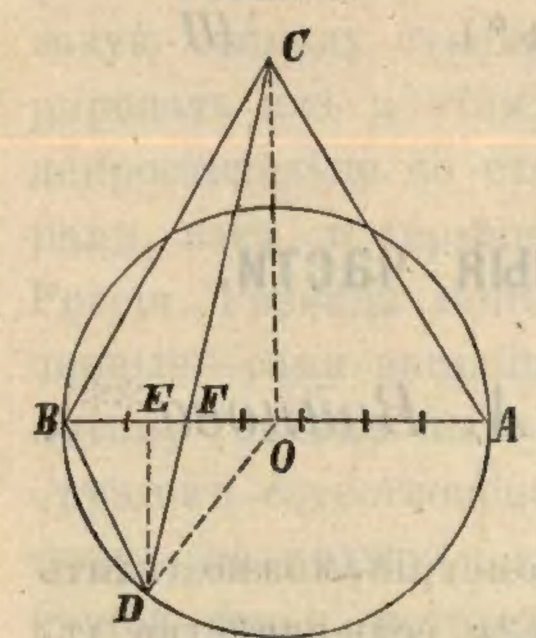
*) Въ случаѣ, если съѣздъ будетъ назначенъ въ августѣ текущаго года, всѣ статьи и корреспонденціи, къ съѣзду относящіяся, будутъ помѣщаемы въ журналѣ не въ очередь съ другими, а въ первомъ текущемъ №. *Прим. редакціи.*

**) Получивъ отъ поименованныхъ лицъ три замѣтки, касающіяся дѣленія окружности на равныя части, мы, въ интересахъ читателей, сочли болѣе удобнымъ соединить таковыя въ одну статью, при чемъ, чтобы не нарушать авторскихъ правъ, дѣлимъ ее на части съ отмѣтками приславшихъ каждую часть фамилій авторовъ.—§ 1 принадлежитъ г. Бобятинскому. (Егорь. зол. пром.) *Прим. редакціи.*

вычисленію выходитъ, что число зубцовъ на одномъ колесѣ 18, а на другомъ 42, то для равномѣрнаго истиранія зубцовъ берутъ отношеніе 19 : 42 или 18 : 43,—вообще замѣняютъ вычисленныя отношенія отношеніемъ ближайшихъ первыхъ чиселъ. Вопросъ же о дѣленіи окружности на 19 частей приводитъ къ рѣшенію уравненія 3-ей степени, а дѣленіе на 11 частей—къ рѣшенію уравненія 5-ой степени. Изъ практики приходится убѣдиться, что приближенные способы дѣленія скорѣе ведутъ къ цѣли, чѣмъ самыя точныя вычисленія. Цѣль настоящей замѣтки—показать способы приблизительнаго дѣленія окружности на требуемое число равныхъ частей.

Первый способъ дѣленія окружности на требуемое число равныхъ частей былъ предложенъ италіанскимъ математикомъ Ренальдини († 1700). Онъ считался точно геометрическимъ до тѣхъ поръ, пока швейцарскій математикъ Яковъ Бернулли не доказалъ, что способъ этотъ только приблизительный. Онъ состоитъ въ слѣдующемъ.

Фиг. 7.



Пусть дана окружность O (фиг. 7). и требуется раздѣлить ее на n равныхъ частей. Проведемъ діаметръ AB и на немъ построимъ равносторонній треугольникъ ABC; затѣмъ дѣлимъ діаметръ AB на n равныхъ частей и проводимъ прямую линію чрезъ C и второе изъ дѣленій (считая отъ A или отъ B). Дуга BD и будетъ искомой $\frac{1}{n}$ частью окружности. Покажемъ, что когда $n=2$, 3, 4 и 6, этотъ способъ даетъ вполнѣ точные результаты; для другихъ же чиселъ—болѣе или менѣе приблизительные. Для этого вычислимъ величину хорды BD въ зависимости отъ радіуса R и n. Соединивъ C и O, получимъ:

$$CO=R\sqrt{3},\ BF=2.\frac{2R}{n},\ OF=R\frac{n-4}{n}.$$

Опустимъ изъ D перпендикуляръ DE на діаметръ AB, тогда:

$$BD^2=2R.BE. \qquad (1)$$

BE=BF—EF. Изъ подобія треугольниковъ EDF и FOC, имѣемъ:

$$EF=\frac{FO.DE}{CO} \qquad (2)$$

Потомъ изъ прямоугольнаго треугольника EOD имѣемъ:

$$DE^2=DO^2-(EF+FO)^2 \ . \ . \ . \ . \ . \qquad (3)$$

Рѣшимъ это уравненіе относительно DE, принявъ во вниманіе (2) и замѣнивъ CO, FO и DO ихъ величинами въ функціи радіуса. Зная DE,

мы можемъ изъ (2) опредѣлить EF, тогда легко найти BE. Слѣдовательно мы можемъ теперь найти изъ (1) величину BD. Именно, послѣ сокращеній, получимъ:

$$BD=R\sqrt{\frac{8}{n}-2\left(\frac{n-4}{n}\right)\sqrt{\frac{3-2\left(\frac{n-4}{n}\right)^2-\left(\frac{n-4}{n}\right)^2}{3+\left(\frac{n-4}{n}\right)^2}}}$$

Такъ выражается хорда BD въ функціи R и n. Замѣняя здѣсь n чрезъ 2, 3, 4, 5, ... получимъ:

n	по формулѣ.	въ дѣйствительности.
2	$BD=2R$	$BD=2R$
3	$=R\sqrt{3}$	$=R\sqrt{3}$
4	$=R\sqrt{2}$	$=R\sqrt{2}$
5	$=R\sqrt{\frac{122-\sqrt{73}}{76}}$	$=R\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{4}}$
6	$=R$	$=R$
8	$=R\sqrt{\frac{14-\sqrt{40}}{13}}$	$=R\sqrt{2-\sqrt{2}}$
10	$=R\sqrt{\frac{65-\sqrt{57}}{70}}$	$=R\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Изъ этой таблицы видно, что формула даетъ точные результаты для $n=2$, 3, 4 и 6; для остальныхъ же случаевъ—приблизительные. Напр. $a_8=0{,}76537R$, а вычисленная по формулѣ$=0{,}7684R$.

§ 2*). Мы доказали, что окружность раздѣлена на n равныхъ частей, при чемъ доказательство сводилось на вычисленіе стороны правильнаго, вписаннаго многоугольника; не трудно видѣть, что доказательство можетъ быть сведено еще къ опредѣленію центральнаго угла $x=BOD$, истинная величина котораго есть:

$$\frac{360^\circ}{n}.$$

---

*) § 2 принадлежитъ весь, включая и табличку, г. Коваржику (изъ Полтавы).

Найдемъ вычисленіемъ величину центральнаго угла x для нѣкоторыхъ частныхъ значеній n и сравнимъ ихъ съ истинною величиной. Мы имѣемъ:

$$DO=R,\quad FO=R-\frac{4R}{n},\quad BF=\frac{4R}{n},\quad BC=2R.$$

Тогда изъ треугольника BFC, найдемъ:

$$\frac{2R\left(1+\frac{2}{n}\right)}{2R\left(1-\frac{2}{n}\right)}=\frac{tg60^\circ}{tg(\alpha-60^\circ)}, \qquad (4)$$

гдѣ уголъ α=углу BFC.

Изъ равенства (4) имѣемъ:

$$tg\alpha=\frac{n\sqrt{3}}{4-n}.$$

Теперь уже можно рѣшить треугольникъ DFO.

$$\frac{DO}{FO}=\frac{Sin\alpha}{Sin(\alpha+x)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \qquad (5)$$

Замѣняя DO и FO ихъ величинами R и $R\frac{n-4}{n}$, Cos чрезъ $\sqrt{1-Sin^2x}$, мы получимъ въ концѣ концовъ:

$$Sinx=\frac{-\sqrt{3}(n-4)^2\pm\sqrt{3(n-4)^4+96(n-2)(n^2-2n+4)}}{4(n^2-2n+4)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \qquad (6)$$

Очевидно, что знаменатель будетъ величина положительная; онъ можетъ быть представленъ въ такомъ видѣ:

$$(n-2)^2+2n.$$

А такъ какъ для всякаго правильнаго многоугольника уголъ x будетъ острый, то $Sinx$ есть величина положительная, а потому въ выраженіи (6) нужно брать передъ корнемъ только *плюсъ*.

Болѣе простое выраженіе для вычисленія угла x получится, если мы при рѣшеніи треугольника ODF воспользуемся формулой

$$\frac{DO+FO}{DO-FO}=\frac{tg\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}{tg\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)},$$

гдѣ $\beta=\angle ODF$. Именно, мы найдемъ тогда, что:

$$Ctg\frac{x}{2}=\frac{n-4\pm\sqrt{(n-4)^2+24(n-2)}}{4\sqrt{3}}.$$

Легко видѣть, что и здѣсь передъ радикаломъ нужно взять только *плюсъ*. Замѣняя n разными значеніями, можно найти центральные углы требуемыхъ многоугольниковъ; сравнивая же полученные результаты съ истинною величиною центральныхъ угловъ $\left(\frac{360°}{n}\right)$, легко опредѣлить, сдѣланную по построенію Ренальдини погрѣшность.

Число сторонъ многоугольника.	ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛЪ.		ПОГРѢШНОСТЬ.
	По построенію Ренальдини.	ИСТИННЫЙ.	
7	51°31′ 8″	51°25′43″	5′24″
8	45°11′18″	45°	11′18″
9	40°16′44″	40°	16′44″
10	36°21′23″	36°	21′23″
11	33° 8′58″	32°43′38″	25′20″
12	30°28′24″	30°	28′24″
13	28°12′29″	27°41′32″	30′57″
14	26°15′47″	25°42′51″	32′56″
15	24°34′30″	24°	34′30″
16	23° 5′42″	22°30′	35′42″
17	21°47′12″	21°10′35″	36′37″
18	20°37′16″	20°	37′16″
19	19°34′36″	18°56′50″	37′45″
20	18°38′ 3″	18°	38′ 3″
21	17°46′46″	17° 8′34″	38′12″
22	17° 0′ 4″	16°21′49″	38′15″
23	16°17′19″	15°39′ 8″	38′11″
24	15°38′ 4″	15°	38′ 4″
25	15° 1′56″	14°24′	37′56″
40	9°32′40″	9°	32′40″

Изъ этой таблицы, вычисленной при помощи пятизначныхъ таблицъ Пржевальскаго, видно, что уголъ, полученный построеніемъ Ренальдини *всегда* больше истиннаго; съ увеличеніемъ n возрастаетъ погрѣшность и достигаетъ своего *maximum* для $n=22$. Относительная же погрѣшность, т. е. отношеніе абсолютной погрѣшности къ истинной величинѣ центральнаго угла, непрерывно увеличивается вмѣстѣ съ n; такъ для $n=5$, погрѣшность составляетъ 0,17% центральнаго угла; для $n=10$, равна 1%; для $n=15$, будетъ 2,36% и т. д.

§ 3 *). Второй способъ состоитъ въ слѣдующемъ.

Дана окружность O; проводимъ діаметръ AB, дѣлимъ его на n равныхъ частей и продолжаемъ на одно дѣленіе до C (фиг. 8); изъ O возставляемъ перпендикуляръ, откладываемъ на немъ $OD=OC$ и соединяемъ C съ D. Ближайшую къ C точку пересѣченія CD съ окружностью, E соединяемъ съ третьимъ отъ A дѣленіемъ F. Тогда EF будетъ искомой хордой $\frac{1}{n}$ части окружности, съ достаточнымъ приближеніемъ. Дѣйствительно, изъ треугольника ECF имѣемъ:

Фиг. 8.

$$EF^2 = CE^2 + CF^2 - 2\ CE\ EF.\mathrm{Cos}45^\circ \quad . \quad . \quad (7)$$

Чтобы опредѣлить CE и CF, опустимъ изъ O перпендикуляръ OG на CD; тогда, принимая радіусъ за единицу, получимъ:

$$2CG^2 = 2OG^2 = \left(\frac{n+2}{n}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Потомъ изъ треугольника EGO имѣемъ

$$EG = \sqrt{1 - \left(\frac{n+2}{n\sqrt{2}}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Изъ (8) и (9) легко найти величины CG и EG. Слѣд. можемъ опредѣлить $CE=CG-EG$; тогда, помня, что $\mathrm{Cos}45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $CF = \frac{8}{n}$, мы найдемъ изъ (7) послѣ всѣхъ упрощеній:

$$EF = \frac{1}{n}\sqrt{(n-4)^2 + 32 - (n-6)\sqrt{(n-2)^2 - 8}}.$$

Отсюда видимъ, что при $n=2$, 3 и 4 величина для EF получается невозможная; для $n=5$, $EF=1,16619$ вмѣсто 1,17557; для $n=6$, $EF=1$; для $n=8$, $EF=0,764$ вмѣсто 0,7653.

§ 4. При черченіи можно рекомендовать слѣдующій способъ дѣленія окружности на n равныхъ частей. Положимъ дана окружность; возьмемъ примѣрно циркулемъ хорду, которая на нашъ взглядъ подходитъ къ искомой, и отложимъ ее на окружности n разъ и допустимъ, что она переходитъ начальную точку, отъ которой велось откладываніе, на нѣкоторую длину; слѣд. выбранная длина слишкомъ велика. На произвольной линіи

*) §§ 3 и 4 принадлежатъ г. Бобятинскому.

откладываемъ выбранную линію AB (фиг. 9). Изъ конца B возставляемъ перпендикуляръ BC, равный хордѣ дуги избытка. Возьмемъ длину AD меньшую AB, отложимъ на окружности отъ той же точки и положимъ, что AD уложилось *n* разъ и осталась нѣкоторая дуга; слѣд. AD выбрано слишкомъ малою. Изъ D возставляемъ перпендикуляръ внизъ и откладываемъ DE=хордѣ дуги недостатка; соединивъ E и C, получимъ въ пересѣченіи съ AB точку F; тогда AF представитъ довольно точно искомую хорду. Если ошибки CB и DE были малы, то они и распредѣлились пропорціонально. Если же и AF будетъ недостаточно точно, то поступаютъ такъ же съ AF, какъ и съ AB. Послѣ нѣсколькихъ попытокъ получится искомая хорда съ желаемой точностью, которая во многихъ случаяхъ можетъ замѣнить хорду опредѣленную вычисленіемъ.

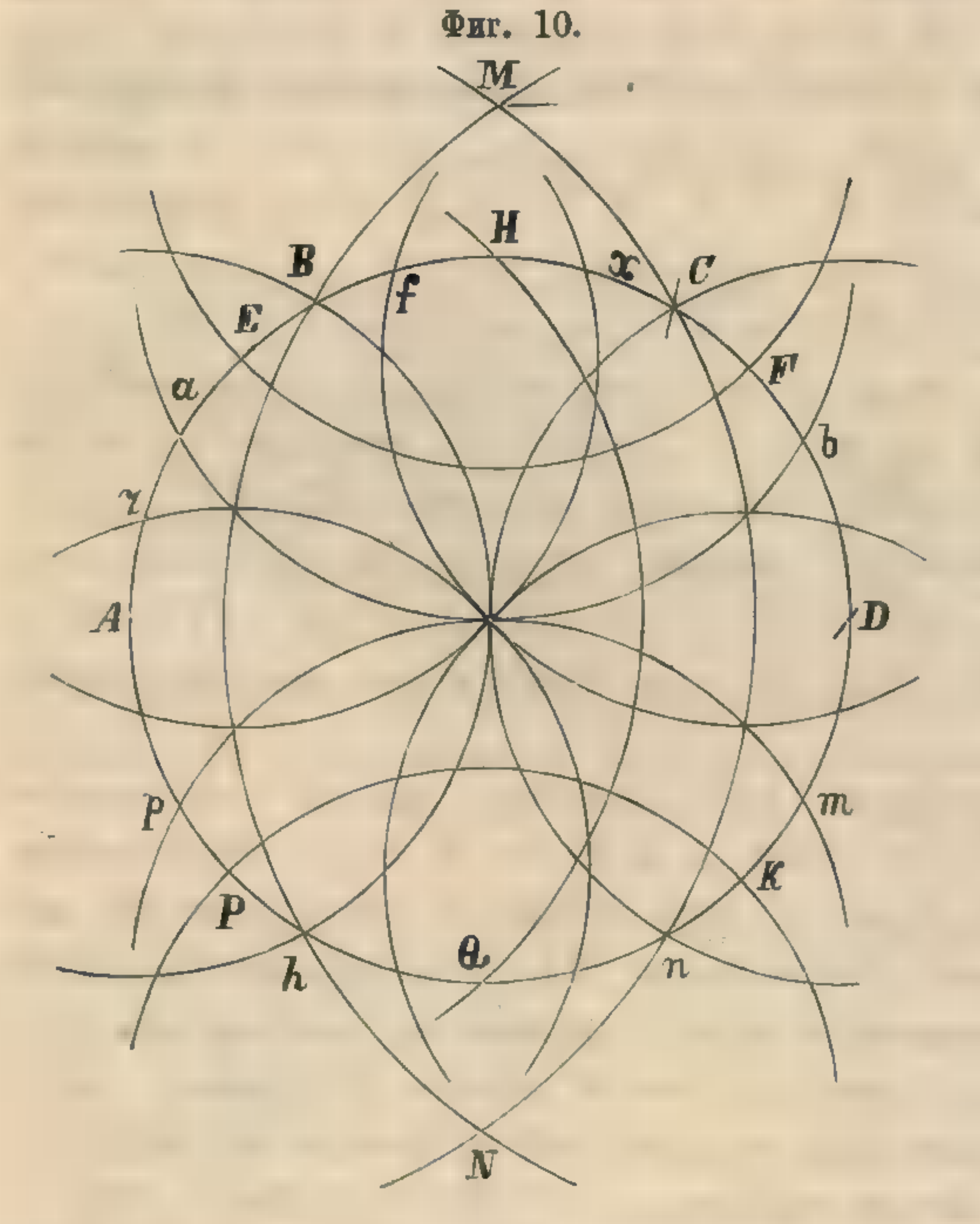
Фиг. 9.



---

§ 5 *). Въ началѣ текущаго столѣтія италіанскій математикъ Маскерони издалъ сочиненіе: „Объ употребленіи циркуля“, въ которомъ изложилъ новый способъ геометрическихъ построеній—при помощи одного циркуля. Гдѣ требуется опредѣленіе только точекъ, гдѣ, слѣдовательно, можно обойтись безъ проведенія прямыхъ, съ выгодою можетъ быть примѣненъ способъ Маскерони, ибо построенія въ этомъ случаѣ получаются болѣе точныя, чѣмъ при обыкновенныхъ пріемахъ. Къ числу такихъ построеній относится дѣленіе окружности на равныя части.

Фиг. 10.



Разсмотримъ здѣсь нѣсколько частныхъ случаевъ дѣленія окружности на равныя части, а именно: на 4, 6, 8, 12 и 24 части (фиг. 10).

---

*) Весь § 5 принадлежитъ г. Войнову (изъ Харькова).

Пусть дана окружность O радіуса R и требуется раздѣлить ее на 4 равныя части. Для этого изъ какой нибудь точки A, находящейся на окружности, проводимъ послѣдовательно дуги радіусомъ R, пересѣкающія данную окружность въ точкахъ B, C и D; потомъ изъ A и D, радіусомъ $AC=R\sqrt{3}$ проводимъ дуги, пересѣкающіяся въ M и N; наконецъ изъ A, радіусомъ OM описываемъ дугу HQ. Точки A, H, D и Q—искомыя. Въ самомъ дѣлѣ, треугольники AOM и DOM равны (на чертежѣ прямыя не проведены, во избѣжаніе излишней сложности). Изъ равенства этихъ треугольниковъ находимъ, что:

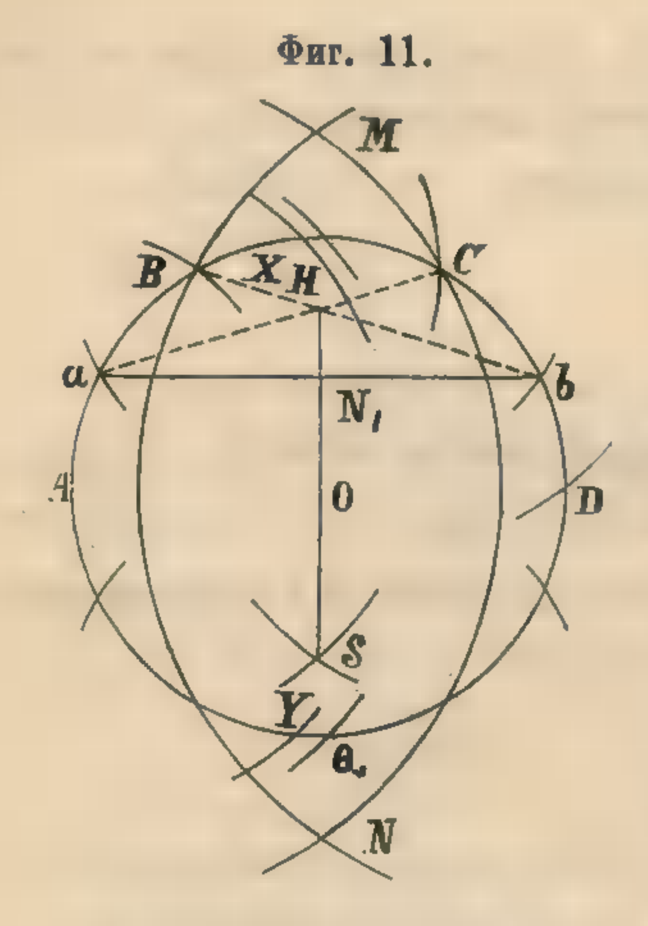
$$AH=OM=R\sqrt{2}$$

т. е. AH есть сторона вписаннаго квадрата. Чтобы данную окружность раздѣлить на 8 равныхъ частей, намъ остается лишь описать изъ M и N дуги радіусомъ R, пересѣкающія данную окружность въ точкахъ E и F, P и K. Тогда искомыя точки будутъ: A, E, H, F, D, K, Q и P. Не трудно видѣть, что треугольникъ EMO есть прямоугольный равнобедренный, слѣд. уголъ $EOM=45°$, и дуга EH составляетъ восьмую часть окружности.

Проводя изъ точекъ A, H, D и Q дуги радіусомъ R, получимъ точки пересѣченія a, b, p, m, h и n этихъ дугъ съ окружностью. Очевидно, что $Aa=AH-aH=30°$, $BH=AH-AB=30°$; слѣд. $aB=30°$, и данная окружность въ точкахъ A, a, B, H, C, b, D, m, n, Q, h и p раздѣлится на 12 равныхъ частей. Для дѣленія окружности на 24 равныя части, опишемъ теперь изъ точекъ E, F, P и K дуги радіусомъ R; онѣ пересѣкаются съ окружностью въ 8 точкахъ, которыя вмѣстѣ съ точками A, a, E, B, H, C, F, D, m, K, n, Q, h, P, p и дѣлять окружность на 24 части. Въ самомъ дѣлѣ, $EB=EH-BH=15°$, $aE=aB-EB=15°$, далѣе $Ha=Ex$, ибо каждая изъ нихъ$=60°$, отнявъ отъ нихъ по EH, получимъ: $xC=HC-Hx=15°$; $Ar=rP-AP=15°$; $ra=Aa-Ar=15°$; $fH=fF-HF=$ $=15°$; $Bf=BH-fH=15°$; $aE=Hx=15°$; тоже самое можно сказать относительно всѣхъ дугъ.

Чтобы раздѣлить окружность на 5 равныхъ частей, поступаемъ слѣдующимъ образомъ. Найдемъ точки A, B, C, D, M, H, a, b по способу раньше изложенному; потомъ опишемъ изъ точекъ a и b окружности радіусомъ $R\sqrt{2}$, пересѣкающіяся въ точкѣ S (фиг. 11); затѣмъ изъ A радіусомъ AS описываемъ дугу, пересѣкающую нашу окружность въ точкахъ X и Y. Точки A, X, Y представляютъ искомыя точки дѣленія. Въ самомъ дѣлѣ, треугольники CHb и aBH равны (на чертежѣ они не дочерчены); $aB=Cb$, какъ стороны вписанныхъ 12-тиугольниковъ; $\angle CHb=\angle BHa$; $\angle BaH=$ $=\angle CbH$, слѣд. $aH=Hb$. Потомъ треугольники aHS и bHS равны, слѣд. $\angle aSH=\angle bSH$, поэтому треугольники aSN_1 и bSN_1 равны; откуда

Фиг. 11.



$\angle aN_1S = \angle bN_1S = 90°$, т. е. прямая HS проходитъ чрезъ центръ. Такъ какъ $ab = R\sqrt{3}$, то $ON_1 = \frac{R}{2}$; потому изъ треугольника SbN_1 (недочерченнаго) имѣемъ:

$$N_1S = \frac{R\sqrt{5}}{2} = OS + ON_1, \quad OS = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1).$$

Наконецъ изъ треугольника AOS (тоже недочерченнаго) получимъ

$$AS = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$$

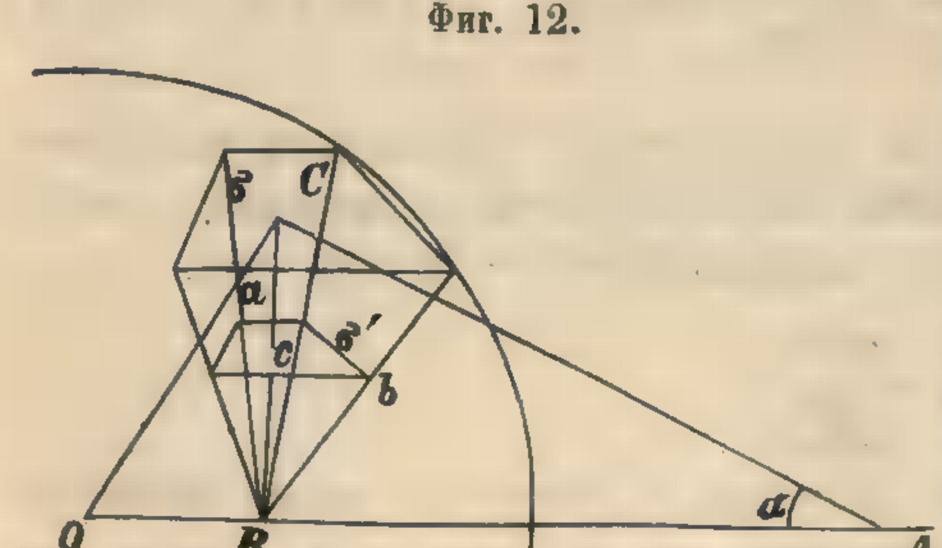
что и требовалось доказать.

Чтобы раздѣлить окружность на 10 частей, слѣдуетъ лишь изъ вершинъ полученнаго 5-и угольника описать дуги радiусомъ OS, равнымъ сторонѣ десятиугольника.

О притяженiи внѣшней точки массою, равномѣрно распредѣленною на сферѣ.

Представимъ себѣ многогранникъ, описанный около данной сферы; грани его назовемъ чрезъ σ_1, σ_2,... Пусть массы, находящiяся на граняхъ, будутъ пропорцiональны площадямъ граней и поэтому выразятся чрезъ $k\sigma_1$, $k\sigma_2$,... гдѣ k есть постоянная величина, выражающая массу, расположенную на единицѣ поверхности. Далѣе предположимъ, что массы $k\sigma_1$, $k\sigma_2$,... сосредоточены соотвѣтственно въ точкахъ C_1, C_2,...C_n, въ которыхъ грани многогранника касаются шара. Если чрезъ F обозначимъ силу притяженiя между двумя единицами массы на единицѣ разстоянiя, то сила, съ которою масса $k\sigma$, сосредоточенная въ точкѣ C (фиг. 12), притягиваетъ единицу массы, находящейся въ точкѣ A. выразится такимъ образомъ:

Фиг. 12.



$$\frac{F.k\sigma}{r^2}$$

если разстоянiе AC обозначимъ чрезъ r. Направлена эта сила по прямой AC; соединимъ теперь точку A съ центромъ шара пря-

мою АО и разложимъ силу притяженія на двѣ составляющія: по направленію АО и по направленію перпендикулярному къ нему.

Тогда величина первой составляющей будетъ:

$$\frac{F.k\sigma.}{r^2}\mathrm{Cos}\alpha$$

гдѣ α есть уголъ САО.

Опредѣлимъ теперь на прямой АО точку В такъ, чтобы

$$AO:OC=OC:OB.$$

Изъ получившихся подобныхъ треугольниковъ ОСВ и ОСА имѣемъ:

$$AO:OC=OC:OB=AC:BC$$

или, полагая для краткости

$$AO=a,\ OC=R,\ BC=\rho,$$

$$a:R=R:OB:r:\rho.$$

Отсюда

$$r=\frac{a\rho}{R}.$$

Слѣдовательно составляющая силы притяженія, оказываемаго на точку А элементомъ σ, и направленная по АО, выразится:

$$\frac{F.kR^2}{a^2}.\ \frac{\sigma\mathrm{Cos}\alpha}{\rho^2}$$

Полная же составляющая сила притяженія, направленная по АО, съ которою всѣ элементы σ_1, σ_2,... многогранника дѣйствуютъ на точку А, выразится суммою:

$$\frac{F.kR^2}{a^2}\left\{\frac{\sigma_1\mathrm{Cos}\alpha_1}{\rho_1^2}+\frac{\sigma_2\mathrm{Cos}\alpha_2}{\rho_2^2}+\ldots\right\} \qquad (1)$$

Соединимъ вершины какой либо грани σ съ точкой В прямыми и, проведя чрезъ нихъ плоскости, построимъ пирамиду съ вершиною В. Очевидно, что высота этой пирамиды будетъ $\rho\mathrm{Cos}\alpha$, слѣд. объемъ ея будетъ:

$$\frac{1}{3}\rho.\sigma.\mathrm{Cos}\alpha.$$

Отложимъ на СВ линію $Bc=1$ и чрезъ точку c проведемъ плоскость σ' параллельно грани σ. Тогда объемъ отсѣченной части пирамиды, относясь къ объему полной какъ $1:\rho^3$, выразится

$$\frac{1}{3}\sigma.\frac{\mathrm{Cos}\alpha}{\rho^2} \qquad (2)$$

Пусть a и b суть двѣ точки площади σ', соотвѣтственно наиболѣе и наименѣе удаленныя отъ В; опишемъ изъ В, какъ изъ центра два

шара радіусами Ba и Bb и обозначимъ чрезъ v_1 и v_2 объемы шаровыхъ вырѣзковъ, вырѣзанныхъ гранями нашей пирамиды изъ этихъ шаровъ.

Очевидно, что

$$v_1 > \frac{1}{3}\sigma\frac{\mathrm{Cos}\alpha}{\rho^2} > v_2.$$

Если означимъ прямую ab чрезъ λ, то $Ba - Bb < \lambda$. Такимъ образомъ выраженіе (2) представляетъ величину объема, вырѣзаннаго гранями пирамиды изъ шара, радіусъ котораго разнится отъ единицы на величину меньшую λ, гдѣ λ есть прямая не выходящая изъ площади σ'.

Отсюда слѣдуетъ, что полная сумма

$$\frac{\sigma_1 \mathrm{Cos}\alpha_1}{3\rho_1^2} + \frac{\sigma_2 \mathrm{Cos}\alpha_2}{3\rho_2^2} + \ldots \qquad (3)$$

a fortiori заключена между объемами шаровъ, описанныхъ около точки B радіусами $1+\lambda$ и $1-\lambda$, гдѣ λ есть *наибольшая* изъ прямыхъ, умѣщающихся въ площадяхъ σ'. Разнность между этими объемами есть:

$$\tfrac{4}{3}\pi(1+\lambda)^3 - \tfrac{4}{3}\pi(1-\lambda)^3 = \tfrac{8}{3}\pi\lambda(3+\lambda^2).$$

Если наконецъ представимъ, что всѣ грани σ нашего многогранника безгранично уменьшаются, то разность между объемами упомянутыхъ шаровъ будетъ также безгранично уменьшаться и оба они будутъ приближаться къ прдѣлу $\tfrac{4}{3}\pi$. Разность же между $\tfrac{4}{3}\pi$ и суммою (3) *a fortiori* будетъ становиться меньше всякой данной величины. Слѣдовательно полную составляющую по направленію AO силу притяженія сферы, равномѣрно покрытой тяготѣющей массой, получимъ, подставивъ въ (1) вмѣсто суммы стоящей въ скобкахъ, предѣльное значеніе ея, именно 4π. Тогда выраженіе (1) получимъ такой видъ:

$$\frac{F.4\pi R^2 k}{a^2} \qquad (4)$$

гдѣ $4\pi R^2 k$ есть масса всей сферы.

Что же касается составляющихъ, направленныхъ перпендикулярно къ линіи AO, то не трудно видѣть, что ихъ сумма въ предѣлѣ обращается въ нуль, вслѣдствіе симметричнаго расположенія точекъ сферы относительно линіи AO. Такимъ образомъ выраженіе (4) представляетъ величину полнаго дѣйствія на единицу массы въ A, и изъ него мы видимъ, что масса, равномѣрно расположенная на сферѣ, дѣйствуетъ на внѣшнюю точку такъ, какъ если бы вся эта масса была сосредоточена въ центрѣ сферы.

Г. Флоринскій (Кіевъ).

Научная хроника.

Астрономія.

Отвѣтъ французскаго астронома Фая на возраженія пр. Хандрикова. Читатели наши помнять, вѣроятно, интересный отчетъ пр. М. Хардрикова, данный имъ въ засѣданіи Кіевскаго Общества Естествоиспытателей 5-го сентября 1887 г. о наблюденіи солнечнаго затменія съ горы Благодать, и помѣщенный въ № 27 „Вѣстника" (см. стр. 56 сем. III). Въ февральской книжкѣ журнала „L'astronomie" за тек. годъ (см. стр. 54) тотъ-же отчетъ впервые появился на французскомъ языкѣ (пер. Г. Готье-Виляра, вѣроятно, съ нѣмецкаго перевода барона Энгельгарта). Вслѣдъ затѣмъ Г. Фай въ засѣданіи Парижской Академіи наукъ 6 февраля (н. ст.) поспѣшилъ отвѣтить на возраженія, сдѣланныя пр. Хандриковымъ его гипотезѣ солнечныхъ явленій. Отвѣтъ этотъ помѣщенъ въ № 6 „Comptes Rendus" (см. стр. 399, томъ CVI) и въ № 3 „L'astronomie" (стр. 89) онъ слишкомъ длиненъ, чтобы помѣщать его цѣликомъ, ибо почтенный астрономъ повторяетъ въ немъ главныя положенія своей гипотезы, а потому мы ограничиваемся краткимъ извлеченіемъ.

Возраженія противъ гипотезы Файя, предполагающей непосредственную связь между солнечными пятнами, факелами и протуберанцами*), пр. Хандриковъ основываетъ на томъ фактѣ, что, наблюдая солнечный дискъ въ теченіе 11 дней, предшествовавшихъ затменію, онъ вообще не нашелъ на немъ большихъ пятенъ, и только за 5 дней до затменія показались на восточномъ краю 2 незначительныя пятна, передвинувшіяся затѣмъ къ срединѣ диска. Солнце вообще переживаетъ въ наше время minimum пятенъ (въ 1889 г.) и потому съ точки зрѣнія гипотезы Файя становится непонятнымъ появленіе столь значительнаго числа протуберанцевъ въ моментъ затменія и въ особенности наибольшаго изъ нихъ (см. рис. 12 и 13 въ № 27 „Вѣстника", протуберанцъ a).

Въ своемъ отвѣтѣ Г. Фай старается объяснить это противорѣчіе тѣмъ, что—согласно его гипотезѣ—не тольке *пятна*, но и *поры* (т. е. пятна очень малыхъ сравнительно размѣровъ) должны вызывать водородныя изверженія, замѣчаемыя нами какъ протуберанцы (красные выступы). Безъ этого гипотеза была бы давно признана несостоятельною, ибо протуберанцы бываютъ видны и въ такихъ широтахъ солнца, гдѣ пятенъ не бываетъ, а есть только поры. Переходя далѣе къ раздѣленію протуберанцевъ на *эруптивные* и *облачные*, г. Фай утверждаетъ, что только первые изъ нихъ обусловливаются пятнами; вторые же, которые никогда не бываютъ очень большими и быстро-мѣняющимися, встрѣчаются часто въ тѣхъ областяхъ, гдѣ пятенъ не бываетъ, и потому ихъ происхожденіе нужно приписать солнечнымъ порамъ. Изъ числа протуберанцевъ, наблюдавшихся во время затменія проф. Хандриковымъ, по мнѣнію г. Файя былъ только одинъ эруптивный (именно a), остальные же всѣ

---

*) См. статью „Солнце", которая печаталась въ „Вѣстникѣ" въ №№ 2, 5 и 8 (I сем.) и въ №№ 14, 16, 19, 21 и 22 (II сем.).

(протуб. *b*, *c*, *d*, *e* на тѣхъ-же рисункахъ) слѣдуетъ отнести къ категоріи облачныхъ, обусловливаемыхъ порами.

Отвѣтъ этотъ нельзя однакожъ назвать устраняющимъ всѣ сомнѣнія, уже потому, что все-же таки появленіе наибольшаго изъ протуберанцевъ (*a*), который самъ г. Фай называетъ эруптивнымъ, остается непонятнымъ при отсутствіи въ этихъ областяхъ солнца большихъ пятенъ. *Ш*.

♦ **Внутренняя температура глетчеровъ. Гагенбахъ и Форель.** *(Ed. Hagenbach* und *F. A. Forel*. C. R. CV. p. 859. 1887).

Въ прошломъ году *Форель* доказалъ при помощи двухъ наблюденій, что температура стѣнъ естественнаго грота глетчера Аролла должна лежать ниже 0°; для этого онъ пробуравливалъ въ льдѣ отверстія и наполнялъ ихъ водой при 0°; черезъ нѣсколько дней вода въ отверстіяхъ замерзала. Провѣряя этотъ результатъ, *Гагенбахъ* доказалъ при помощи термометра, что ртутный столбъ стоялъ на нѣсколько сотыхъ градуса ниже 0°.

Въ виду важности этихъ наблюденій для теоріи глетчеровъ, названные физики повторили вмѣстѣ эти опыты съ возможной точностью. Они приготовили для этой цѣли термометръ изъ енензерскаго стекла, который вблизи 0°, удаленнаго на 45 цм. отъ шарика съ ртутью, былъ раздѣленъ на сотыя части градуса, такъ что при помощи лупы можно было легко отсчитывать тысячныя доли градуса. Наблюденія были сдѣланы между 21 и 27 августа въ естественномъ гротѣ глетчера Аролла.

Точка 0° термометра была опредѣлена заранѣе, и другіе подобные термометры были сравнены между собою. Въ стѣнѣ глетчера были сдѣланы дыры, въ которыя вставлялись трубки, наполненныя до половины керосиномъ; въ нихъ вставлялись термометры, отверстія закрывались пробкой изъ ваты и снѣга, послѣ чего отсчитывалась высота ртутнаго столба. Спустя нѣсколько часовъ высота болѣе не измѣнялась, но не смотря на это, термометръ оставлялся въ трубкѣ еще на 24 часа.

Термометры были вложены въ пяти различныхъ мѣстахъ въ стѣны глетчера и всѣ они подтвердили упомянутый выше результатъ: масса глетчера показывала на глубинѣ 45 цм. температуру между —0,002 и —0,031°.

Причина такой температуры можетъ быть троякая:

1) Пониженіе точки замерзанія могло произойти вслѣдствіе нечистоты льда, такъ какъ уже малѣйшія примѣси понижаютъ точку замерзанія. Но это предположеніе несостоятельно, такъ какъ 0° термометровъ былъ опредѣленъ при помощи тающаго льда того же глетчера.

2) Можно было бы предположить, что эта низкая температура есть еще остатокъ того зимняго холода, который проникъ въ массу глетчера; но это предположеніе тоже несостоятельно, такъ какъ нельзя принять, чтобы еще въ концѣ августа, послѣ трехъ-мѣсячной постоянной и хорошей погоды, въ гротѣ, въ которомъ господствуетъ сильный сквозной вѣтеръ, осталось что нибудь отъ зимняго холода. Кромѣ того при помощи этого допущенія нельзя никоимъ образомъ объяснить замѣченное въ различныхъ мѣстахъ грота различіе въ температурѣ.

3) Такимъ образомъ остается, наконецъ, еще одно объясненіе, которое авторы считаютъ всего болѣе вѣроятнымъ. Сильное давленіе пони-

жаетъ точку плавленія всякаго вещества, плотность котораго въ жидкомъ состояніи больше, чѣмъ въ твердомъ, въ особенности это явленіе рѣзко замѣчается у льда. Многіе физики доказали отчасти теоретически, отчасти же при помощи лабораторныхъ опытовъ, что это пониженіе точки плавленія достигаетъ для давленія одной атмосферы 0,0075°. Въ глетчерѣ вѣсъ верхнихъ слоевъ давитъ на нижніе очень сильно; напр. въ глетчерѣ Аролла ледъ, лежащій надъ нѣкоторыми изъ изслѣдованныхъ мѣстъ, достигаетъ въ вышину до 40 метровъ. Такое давленіе должно понизить точку плавленія льда на нѣсколько сотыхъ градуса.

Различіе въ температурѣ, наблюденное въ нѣкоторыхъ мѣстахъ грота, можно легко объяснить различіемъ давленія, смотря потому, покоится ли глетчеръ въ данномъ мѣстѣ непосредственно на днѣ и такимъ образомъ выдерживаетъ полное давленіе, или внизу имѣетъ видъ арки, виситъ такимъ образомъ въ воздухѣ и подверженъ только части давленія.

Низкая температура, наблюденная въ глетчерѣ Аролла, есть такимъ образомъ слѣдствіе давленія, которое понижаетъ точку плавленія льда; это явленіе есть счастливое подтвержденіе факта, который уже давно былъ найденъ въ лабораторіяхъ. *Бхм.* (Цюрихъ).

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Журналъ „Счетоводство" выходитъ съ начала текущаго года два раза въ мѣсяцъ. Это первый, кажется, журналъ въ Россіи, задавшійся цѣлью знакомить наше общество съ основами правильнаго счетоводства и доказать ему всю важность этой необходимой при всякомъ предпріятіи спеціальности; поэтому нельзя не отнестись вполнѣ сочувственно къ возникновенію у насъ подобнаго органа печати и не пожелать его редакціи успѣха въ ея трудныхъ начинаніяхъ.

До настоящаго времени вышло уже три номера журнала, и потому—во 1-хъ для ознакомленія нашихъ читателей съ программою новаго изданія, и во 2-хъ для того, чтобы не быть голословнымъ въ изъявленіи нашей симпатіи основнымъ задачамъ редакціи „Счетоводства",—мы позволимъ себѣ нѣсколько подробнѣе поговорить о вышедшихъ пока №№.

Кромѣ передовой статьи „отъ редакціи" и подробно изложенной программы, въ этихъ №№ читатель найдетъ: 1) рядъ популярныхъ статей, посвященныхъ разъясненію основъ счетоводства, подъ заглавіями: „Что такое счетоводство?", „Основные элементы счетоводства", „Элементы счетоводства", „Двойная бухгалтерія" (по Галлусу) (статья I-ая); 2) статьи спеціальнаго характера: „Отношеніе между государственнымъ банкомъ и частными кредитными учрежденіями", „Юридическія бесѣды" (три статьи: о юридическомъ значеніи торговыхъ книгъ, кто по закону обязанъ вести торговыя книги и какія именно?, форма и содержаніе обязательныхъ торговыхъ книгъ) „Общій взглядъ на наши банковыя учрежденія"; 3) статьи педагогическаго, такъ сказать, характера: „О коммерческомъ образованіи въ Россіи", „Жгучій вопросъ", „Коммерческое образованіе для женщинъ", 4) Хроника: „По поводу устава артели счетоводовъ", „Уставъ артели счетоводовъ", „Русская Лѣтопись", „Списки несостоятельныхъ должниковъ", 5) Смѣсь, Фельетоны и пр.

Послѣ ознакомленія съ вышепоименованными статьями намъ показалось, что редакція... ужъ слишкомъ настойчиво хлопочетъ убѣдить всѣхъ и каждаго въ необходимости счетоводства, оставляя само счетоводство какъ будто на второмъ планѣ. Говоря такъ много о пользѣ дѣлѣ вмѣсто того, чтобы приняться за самое дѣло, нельзя не попасть въ область фразерства, а иногда—можно и совсѣмъ заропортоваться... Напримѣръ въ статьѣ „О потерянномъ милліардѣ" страстное желаніе доказать, что Россія теряетъ ежегодно цѣлый милліардъ (!?) за то, что не хочетъ усвоить правильнаго счетоводства, доводитъ автора до весьма сранныхъ разсужденій, въ родѣ слѣдующихъ: „Философія спу„стилась съ заоблачныхъ высотъ отвлеченнаго умозрѣнія на почву узкаго „позитивизма. Въ области знанія естествовѣдѣніе и прикладныя науки „оттѣснили на задній планъ всѣ (?) остальныя отрасли научнаго мыш„ленія. Въ изящной литературѣ туманные порывы романтизма уступили „мѣсто точному протоколу натурализма. Въ живописи властно воцарился „пейзажъ, какъ самое яркое выраженіе реалистическаго духа. Лучшія „силы человѣческаго генія устремились на открытія и изобрѣтенія" и пр. пр. Все это чушь, конечно, и клевета, въ которой пропаганда раціональнаго счетоводства вовсе не нуждается, и мы серьезно совѣтуемъ редакціи оставить фразы и взяться за свое спеціальное, обѣщанное читателямъ дѣло, если она дѣйствительно хочетъ его популяризировать.

2) Статьи, касающіяся вопроса о коммерческомъ образованіи, о введеніи счетоводства въ прогамму учебныхъ заведеній и пр., статьи, которыми мы интересовалиеь наиболѣе, ибо сами держимся того мнѣнія, что преподаваніе основъ счетоводства является въ наше время почти настоятельною необходимостью *),—къ сожалѣнію, не вполнѣ насъ удовлетворили. Шаблонно составленныя, съ красивыми фразами, но съ ничтожнымъ количествомъ фактовъ, онѣ бы годились скорѣе для любой ежедневной газеты.

3) Вполнѣ неприличный тонъ „фельетоновъ" новаго журнала, погоня за остроумною бранью по адресу г. Езерскаго и пр., дѣлаютъ „Счетоводство" еще болѣе похожимъ... на обыкновенную газету, а не на серьезный журналъ.

Было бы очень прискорбно, если бы эти замѣчанія, которыя мы сочли себя въ правѣ сдѣлать только потому, что искренне желали бы видѣть новый нашъ спеціальный журналъ вполнѣ достойнымъ той идеи, которой онъ обѣщалъ служить, не вызвали ничего, кромѣ полемики въ рубрикѣ „Искры и брызги печати", (въ рубрикѣ—кстати сказать—даже неумѣстной на столбцахъ спеціальнаго изданія). Не изъ желанія полемизировать, не въ видахъ отнятія охоты у читателей къ новому журналу, дали мы настоящій, можетъ быть слишкомъ строгій отзывъ, а потому лишь—повторяемъ—что желаемъ Счетоводству возможно большаго распространенія въ русскомъ обществѣ, для водворенія въ обильной землѣ нашей порядка, помимо всякихъ званныхъ гостей, а журналу, носящему это названіе—желаемъ популярности и успѣха, если онъ ихъ заслужитъ.

Ш.

*) См. статью: „О необходимости преподаванія счетоводства въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ" въ № 33 „Вѣстника", стр. 193 сем. III

Библіографическій листокъ.

(Ариѳметика, алгебра и пр.)

(*Окончаніе* *).

W. A. Quitzow. Praktisches Rechenbuch für Schulen. Theil 2. 18-e Aufl. Lübeck. 1886. (50 Pf.)
L. Rajola Pescarini. Rapporti esatti ed approssimati e teoria delle proporzioni. Napoli. 1886.
H. W. Rathke. Mathematische Tabellen. Hildburghausen. 1886. (1 M.)
O. Reichel. Die Grundlagen der Arithmetik. 1-er Theil. Berlin. 1886. (1 M.)
F. Reidt. Anleitung zum mathematischen Unterricht an höheren Schulen. Berlin. 1886. (4 M.)
M. Ricotti e *L. Martorelli*. Elementi di aritmetica e geometria. Torino. 1886. (2,50 L.)
G. Ritt. Nueva aritmética para las escuelas primarias. Traducida en castellano y adaptada á las escuelas de la América par C. C. Guzman. 7-a ed. Paris. 1886. (2 fr.)
G. Roversi e *G. Cappelli*. Compendio di aritmetica. Bologna. 1886. (0,35 L.)
I. A. Sarrasqueiro. Tratado elementar de arithmetica. 6-a ed. Coimbra. 1886.
V. G. Scarpa e *G. Borgogno*. Lezioni di aritmetica. 46-a ed. Torino 1886. (0,40 L.)
O. Schlömilch. Fünfstellige logarithm. und trigonom. Tafeln. 9-e Aufl. Braunschweig. 1886. (1 M.)
L. Schrön. Siebenstellige gemeine Logarithmen. 20-e Aufl. Braunschweig. 1886. (2,40 M.)
H. Schubert. Sammlung von arithm. und. algebr. Fragen und Aufgaben. 2-e Aufl. Potsdam. 1886. (1,80 M.)
F. Seele. Lehrgang für das Rechnen. Heft 5. 2-e Aufl. Berlin. 1886 (40 Pf.)
Q. Sella. Teorica e pratica del regolo calcolatore. 2-a ed. Torino. 1886. (2,50 L.)
F. Servais. Leçons d'arithmétique. Mons. 1886. (1,75 fr.)
C. Smith. Elementary algebra. London. 1886.
I. H. Smith. Key to algebra. Part. 1. 5-th ed. London. 1886. (9 sh.)
T. X. Sleck und *I. Bielmayr*. Lehrbuch der Arithmetik. 9-e Aufl. Kempen. 1886. (1,20 M.)
A. H. Suptil. Arithmétique. Paris. 1886.
G. Taschetti. Elementi di aritmetica. Palermo. 1886.
K. Teichman und *H. Gross*. Vierstellige mathematische Tafeln. 2-e Aufl. Stuttgart. 1886. (60 Pf.)
F. Thoman. Théorie des intérêts composés et des annuités, suivie de tables logarithmiques. Trad. de l'anglais par. M. Bouchard. Paris. 1886. (10 fr.)

*) См. №№ 32 и 34 „Вѣстника," стр. 183 и 232 сем III.

W. Thomson. Algebra for the use of schools and colleges. London. 1886.
R. O. T. Thorpe. Answers to the Oxford and Cambridge questions in algebra. London. 1886. (1 sh. 6 d.)
C. Vacquant. Principes d'algèbre. 6-e ed. Paris. 1886.
" Leçons d'algèbre élémentaire. 6-e ed. Paris. 1886.
F. Wallentin. Maturitätsfragen aus der Mathematik. Wien 1886. (3,60 M.)
W. Watson. The quarterly arithmetic with ansvers. London, 1886. (2 sh. 6 d.)
G. v. Vega. Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch; bearb. von. C. Bremiker. 69-e Aufl. von F. Tietjen. Berlin. 1886. (4,20 M.)
Veltmann und *O. Koll*. Formeln der niedern und höheren Mathematik. Bonn. 1886. (3 M.)
F. Villicus. Arithmetische Aufgaben. Wien. 1886. (2 M.)
A. Wilson. The junior student's algebra. Cambridge. 1886. (6 sh.)
F. Vintéjoux. Cours d'arithmétique et de géométrie. Paris.1886. (1,50 fr.)

Задачи.

№ 277. Возвысить въ квадратъ число 777... *Э. К. Ш.*

№ 278. Въ натуральномъ ряду чиселъ отъ 1 до 2310 включительно, сколько есть чиселъ, дѣлящихся порознь на 2, на 3, на 5, на 6, на 7, на 10; на 11, на 14, на 15 и т. д., то есть вообще на D, гдѣ D есть дѣлитель числа 2310?

NB. Требуется найти общую теорему, которая позволитъ отвѣтить непосредственно на всѣ этого рода вопросы.

Э. К. Ш.

№ 279. На одной изъ сторонъ прямого угла MON взята точка A; на другой сторонѣ намѣчены точки B, C и D такъ, что OA=OB=BC==CD. Доказать, что треугольникъ ABC подобенъ треугольнику ABD.

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 280. Опредѣлить x изъ уравненія:

$$(1-\mathrm{tg}x)(1+\mathrm{Sin}2x)=1+\mathrm{tg}x.$$

З. Архимовичъ (Новозыбковъ).

№ 281. Доказать что радіусы четырехъ окружностей, проходящихъ черезъ каждые три изъ четырехъ центровъ вписанныхъ въ какой нибудь треугольникъ круговъ, равны между собою и равны діаметру круга описаннаго около того-же треугольника.

З. Колтовскій (Харьковъ).

№ 282. Найти площадь четыреугольника по четыремъ сторонамъ a, b, c, d и двумъ діагоналямъ m и n при условіи, что послѣднія пересѣкаются не подъ прямымъ угломъ.

Студ. *П. Маевскій* (Кіевъ).

№ 283. Показать, что если котангенсы угловъ треугольника составляютъ гармоническій рядъ, то тангенсы образуютъ ариѳметическую

прогрессію, и что тогда площадь треугольника равна тангенсу средняго по величинѣ угла умноженному на произведеніе отрѣзковъ противолежащей стороны, образованныхъ соотвѣтственной высотой.

А. Войновъ (Харьковъ).

Рѣшенія задачъ.

№ 118. Доказать, что если синусы угловъ треугольника составляютъ ариѳметическую прогрессію, то котангенсы половинъ его угловъ составляютъ тоже ариѳметическую прогрессію.

По условію задачи имѣемъ:

$$\mathrm{Sin}A-\mathrm{Sin}B=\mathrm{Sin}B-\mathrm{Sin}C,$$

$$\text{отсюда } 2\,\mathrm{Cos}\left(\frac{A+B}{2}\right)\mathrm{Sin}\left(\frac{A-B}{2}\right)=2\mathrm{Cos}\left(\frac{B+C}{2}\right)\mathrm{Sin}\left(\frac{B-C}{2}\right); \qquad (1)$$

такъ какъ $A+B+C=180°$, то:

$$\frac{A+B}{2}=90°-\frac{C}{2} \quad \text{и} \quad \frac{B+C}{2}=90°-\frac{A}{2},$$

слѣд. вм. (1) будемъ имѣть:

$$\mathrm{Sin}\frac{C}{2}\mathrm{Sin}\left(\frac{A-B}{2}\right)=\mathrm{Sin}\frac{A}{2}\mathrm{Sin}\left(\frac{B-C}{2}\right), \qquad (2)$$

или:

$$\mathrm{Sin}\frac{A}{2}\mathrm{Sin}\frac{C}{2}\mathrm{Cos}\frac{B}{2}-\mathrm{Sin}\frac{B}{2}\mathrm{Sin}\frac{C}{2}\mathrm{Cos}\frac{A}{2}=\mathrm{Sin}\frac{A}{2}\mathrm{Sin}\frac{B}{2}\mathrm{Cos}\frac{C}{2}-\mathrm{Sin}\frac{A}{2}\mathrm{Sin}\frac{C}{2}\mathrm{Cos}\frac{B}{2}.$$

Дѣля обѣ части этого равенства на $\mathrm{Sin}\frac{A}{2}\mathrm{Sin}\frac{B}{2}\mathrm{Sin}\frac{C}{2}$ и, замѣняя отношеніе косинуса къ синусу чрезъ котангенсъ, получимъ:

$$2\mathrm{Ctg}\frac{B}{2}=\mathrm{Ctg}\frac{C}{2}+\mathrm{Ctg}\frac{A}{2}.$$

Это равенство и показываетъ, что котангенсы половинъ угловъ нашего треугольника составляютъ, какъ и синусы его угловъ, ариѳметическую прогрессію.

П. Поповъ (Москва).

Прим. ред. Проще было бы доказать это свойство угловъ, пользуясь формулами:

$$\mathrm{Cotg}\frac{A}{2}=\frac{p-a}{r}; \quad \mathrm{Cotg}\frac{B}{2}=\frac{p-b}{r}; \quad \mathrm{Cotg}\frac{C}{2}=\frac{p-c}{r},$$

гдѣ p есть полупереметръ, а r—радіусъ круга вписаннаго.

№ 121. Ареометръ Бомэ для жидкости тяжелѣе воды погружается до 66-го дѣленія въ сѣрной кислотѣ, удѣльный вѣсъ которой=1,85. Опре-

дѣлить удѣльный вѣсъ нѣкоторой жидкости, въ которой этотъ ареометръ погружается до 40-го дѣленія.

Назовемъ объемъ ареометра въ единицахъ дѣленія его шкалы чрезъ V_1 при погруженіи до нулевого дѣленія, чрезъ V_2—до 66-го и наконецъ чрезъ V_3—до 40-го. Отношеніе между вытѣсненными объемами сѣрной кислоты и воды должно быть обратно пропорціонально отношенію между ихъ плотностями или удѣльными вѣсами; поэтому мы получимъ:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{1,85}{1}, \text{ или } \frac{V_2+66}{V_2}=1,85.$$

Отсюда $V_2=77,65$; тогда $V_1=V_2+66=143,65$.

Изъ равенства $V_1-V_3=40$, найдемъ $V_3=103,65$. Наконецъ удѣльный вѣсъ нѣкоторой жидкости опредѣлится непосредственно изъ равенства:

$$\frac{V_1}{V_3}=\frac{d}{1}, \text{ или } \frac{143,65}{103,65}=d$$

или $d=1,38$.

В. Якубовскій (Кіевъ).

№ 124. Опредѣлить площадь треугольника по даннымъ угламъ и медіанѣ.

Пусть въ треугольникѣ ABC медіаною стороны BC будетъ $AM=m$.

Изъ геометріи извѣстно, что:

$$AC^2+AB^2=\frac{BC^2}{2}+2m^2. \quad (1)$$

Но:

$$\frac{BC}{AC}=\frac{\operatorname{Sin}A}{\operatorname{Sin}B} \text{ и } \frac{BC}{AB}=\frac{\operatorname{Sin}A}{\operatorname{Sin}C}$$

откуда

$$AC=BC\frac{\operatorname{Sin}B}{\operatorname{Sin}A} \text{ и } AB=BC\frac{\operatorname{Sin}C}{\operatorname{Sin}A}.$$

Подставляя эти величины вм. AC и AB въ ур. (1), получимъ неполное, квадратное относительно BC уравненіе, рѣшивъ которое, найдемъ:

$$BC=\sqrt{\frac{4m^2.\operatorname{Sin}^2A}{2\operatorname{Sin}^2B+2\operatorname{Sin}^2C-\operatorname{Sin}^2A.}}$$

Обозначая площадь треугольника чрезъ S, находимъ:

$$S=\frac{BC^2.\operatorname{Sin}B.\operatorname{Sin}C}{2\operatorname{Sin}A},$$

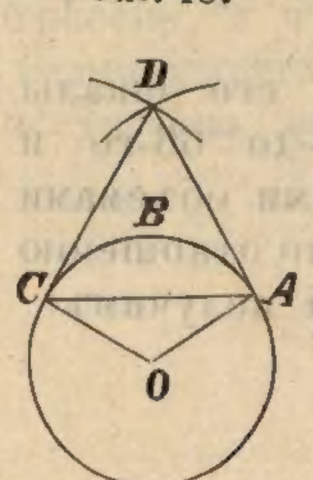
или, замѣняя здѣсь BC его величиною, получимъ:

$$S=\frac{2m^2\operatorname{Sin}A\operatorname{Sin}B\operatorname{Sin}C}{2\operatorname{Sin}^2B+2\operatorname{Sin}^2C-\operatorname{Sin}^2A}.$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *В. Якубовскій* (К.), *Н. Шимковичъ* (Х). Ученики: Астр. г. (8) *И. К.*, Тул. г. (7) *Н. И.*

№ 177. Данъ кругъ и на немъ точка; при помощи циркуля, не употребляя линейки, найти точку, принадлежащую касательной, касающейся даннаго круга въ данной точкѣ.

Фиг. 13.



Пусть A данная точка на окружности. Отложивъ на окружности дуги AB и BC, равныя (каждая) 60°, описываемъ изъ A и C дуги радіусомъ равнымъ AC. Дуги эти пересѣкутся въ точкѣ D. AD есть касательная. Въ самомъ дѣлѣ, въ треугольникѣ AOC уголъ AOC=120°, а уголъ OAC=OCA=30°; въ треугольникѣ же ACD уголъ CAD=60°, ибо этотъ треугольникъ равносторонній. Значитъ:

$$OAD=OAC+CAD=30°+60°=90°.$$

Слѣд. AD есть касательная къ кругу въ точкѣ A.

М. Кузьменко (Сл. Бѣл), *П. Алтунджи* (Р. на Дону), *И. Маховъ* (Х.), *С. Блажко* (См.), *А. Бобятинскій* (Ел. зол. пр.) *Н. Шимковичъ* (Х.), *В. Каганъ* (Одесса). Ученики: Курск г. (5) *В. Х.*, (6) *А. П.*, *В. Б.*, *В. Л.*, *В Е.*, *Л—въ*, (7) *Н. К.* (8) *I. Ч*, Сыз. р. уч. (?) *К—ъ*, Черн. г. (6) *С. П.*, *Д. З.*, Ив. Возн. р. уч (?) *А. Б.*, Симб. к. к. (6) *Н. Я.*, *Н. Л.*, (7) *А. А.*, Тиф. р. уч. (7) *М. К.*, Елат. г. (7) *В. И.*, Нов.-Сѣв. (?) *П. Х.* Уфим. г. (6) *А. Э.*, Перм. г. (6) *Н. Г.*, Астр. г. (8) *И. К.*

№ 194. По данной большей сторонѣ a параллелограма вычислить меньшую сторону и діагонали, если извѣстно, что меньшая діагональ перпендикулярна меньшей сторонѣ, и острый уголъ параллелограма равенъ 30°.

Пусть въ параллелограмѣ ABCD діагональ BD будетъ перпендикулярна меньшей сторонѣ DC и уголъ BCD=30°. Тѣмъ или другимъ способомъ легко найти, что $BD=\frac{a}{2}$. Тогда $DC=\sqrt{BC^2-BD^2}$ или, послѣ подстановки, $DC=\frac{a}{2}\sqrt{3}$. Большая діагональ AC опредѣлится по извѣстной геометрической формулѣ:

$$AC^2+BD^2=2(DC^2+BC^2).$$

Отсюда послѣ подстановки находимъ:

$$AC=\frac{a}{2}\sqrt{13}.$$

С. Блажко (См.), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *Я. Тепляковъ* (К.). Ученики: Курск. г. (5) *В. Ход.*, (6) *В. Е.*, (6) *Т. Шат.*, *Л—въ*, (8) *I. Ч.*, Черн. г. (6) *В. М.*, Тул. г (7) *Н. Изв.*, Мог.-Под. р. уч. (6) *А. Черв.*, Никол. г. (8) *А. В*, Кіев. I (7) *В. Б.*, Уфим. г. (6) *А. Э.*, Нов-Сѣв. г. (7) *С. В.*, (8) *А. Ч.*, *П. П.*, Ворон. к. к. (?) *В. Х.*, Перм. г. (6) *Н Г.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П*, (7) *М. К.*, Новоз. р. уч. *М. Б.*, Кам.-Под. (8) *А. Я.*, Екатериносл. г. (8) *А. В.*, Астр. г. (8) *И. К.*

NB. У ученика Новоз. р. уч въ рѣшеніи ошибка.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 3 Марта 1888 года.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

ВЪ КНИЖНЫЙ СКЛАДЪ РЕДАКЦІИ
ВѢСТНИКА ОП. ФИЗИКИ и ЭЛ. МАТЕМАТИКИ
ПОСТУПИЛИ ДЛЯ ПРОДАЖИ

новыя изданія книжнаго магазина **Д. Н. ПОЛУЭХТОВА:**

1) Основной курсъ Аналитической Геометріи.

СОСТАВИЛЪ

К. А. АНДРЕЕВЪ.

Орд. проф. Имп. Харьков. Унив., Членъ-корреспондентъ Имп. Акад. Наукъ.

ЧАСТЬ I. ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОСКОСТИ.

Цѣна 2 р., съ перес. 2 р. 20 коп.

ХАРЬКОВЪ. 1887.

---

2) КРАТКІЙ КУРСЪ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ.

СОСТАВЛЕННЫЙ

М. ТИХОМАНДРИЦКИМЪ.

Докторомъ математики, экстраорд. проф. Имп. Харьковскаго Унив. и препод. Харьк. Практ. Технологическаго Института.

Цѣна **2** руб. **50** коп., съ пересылкой **2** р. **75** коп.

ХАРЬКОВЪ. 1887.

---

3) НАЧАЛА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРІИ

съ приложеніемъ

ЧЕРЧЕНІЯ КРИВЫХЪ.

(Курсъ реальныхъ училищъ).

2-е ИСПРАВЛЕННОЕ ИЗДАНІЕ.

Составилъ А. Н. ПАЛЬШАУ.

Цѣна **1** р. **35** к. съ пер. **1** р. **50** к.

ХАРЬКОВЪ. 1886.

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ.

ВО ВСѢХЪ ИЗВѢСТНЫХЪ КНИЖНЫХЪ МАГАЗИНАХЪ ПОСТУПИЛА ВЪ ПРОДАЖУ

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ АЛГЕБРА.

СОСТАВИЛЪ

А. КИСЕЛЕВЪ.

Часть I, содержащая курсы 3-го и 4-го классовъ гимназій.

Цѣна 70 коп.

2—4. МОСКВА. 1888.